Conceptos básicos de matemáticas.

Muchas veces en algunas publicaciones sobre antenas, nos aparecen expresiones, como “impedancia”, “reactancia” “período” una letra “j” acompañada de un número y otras lindezas que muchos radioaficionados les suenan a chino.

No hay que preocuparse por ello, que con cuatro explicaciones muy sencillas “nos vamos a enterar de tó”.

Bien es verdad que nos deberemos estrujar un poquito el cerebro, pero pensemos en las ventajas que nos reporta el andar con cierta seguridad por este universo de los “tecnicismos”. Además, recordemos que la denominación de nuestra afición dice:

“Es un servicio de radiocomunicación que tiene por objeto la instrucción individual, la intercomunicación y los estudios técnicos, efectuado por aficionados, esto es, por personas debidamente autorizadas que se interesan en la radiotecnia con carácter exclusivamente personal y sin fines de lucro.”.

Bueno. Pues deberíamos dotar de una componente técnica, (al menos muy básica) a nuestra afición. Con este propósito me he animado a escribir una serie de artículos tipo catón, para todos aquellos de vosotros que hace mucho tiempo dejasteis de estudiar.

Son tres, las disciplinas básicas para entender todo este lío. Trigonometría, Números complejos y Logaritmos. ¡Animo que no es nada difícil de entender!

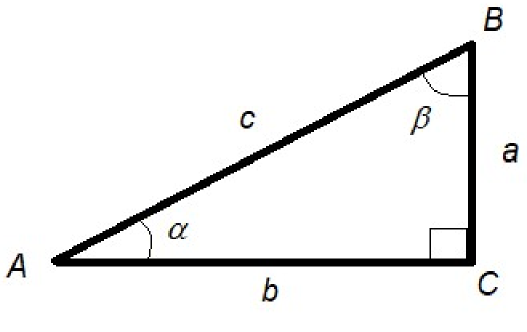
Haremos tres artículos con cada uno de estos conceptos, para que no os sea pesado.

Sirva estos párrafos como entrada para los tres, y comencemos por el primero.

TRIGONOMETRIA.-

Definiremos la trigonometría como la rama de las matemáticas que estudia la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo.

Veamos la Figura 1



En ella vemos un triángulo rectángulo (porque uno de sus ángulos tiene 90 grados o lo que es lo mismo, es un ángulo recto).

En este triángulo, distinguimos 3 lados, tres vértices y tres ángulos.

Los lados son a, b y c

“a” es el lado menor del ángulo recto y lo llamaremos “cateto menor”

“b” es el lado mayor del ángulo recto y lo llamaremos “cateto mayor” y

“c” es el lado que une los extremos de los catetos y le llamaremos “hipotenusa”.

Se denominan los vértices A, B, y C a los opuestos a los lados del mismo nombre y por último, llamaremos a los dos ángulos opuestos a los catetos, α y β (alfa y beta). El tercer ángulo es el recto de 90 grados que es el que define el triángulo rectángulo.

Bien. Ya conocemos, los elementos que integran un triángulo rectángulo, pero ¿Cuál es su relación?

A la relación (división) $\frac{a}{c,}$, la llamaremos "$sen\ \boldsymbol{\alpha}$" $(seno\ de\ alfa)$

A la relación (división) $\frac{b}{c}$, la llamaremos “$\cos\alpha$” $(coseno\ de\ alfa) y$

A la relación (división) $\frac{a}{b}$, la llamaremos “$\mathrm{tg}\,\alpha$" $(tangente\ de\ alfa)$

Existen sus relaciones reciprocas o inversas que reciben los siguientes nombres:

$$\frac{1}{sen\ \boldsymbol{\alpha}} = cosecante\ (cosec)\ \alpha$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} = secante\ (\sec)\ \alpha$$

$$\frac{1}{tg\ \boldsymbol{\alpha}} = cotangente\ (cotg)\ \boldsymbol{\alpha}$$

En lo que respecta a las relaciones del ángulo **β**

$$sen\ \beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$tg\ \beta = \frac{b}{a}$$

Y sus inversas, siguen la misma ley que con el ángulo **α**

Debemos recordar que la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera, vale 180 grados. Si uno de ellos ya vale 90, está claro, que la suma de los otros dos, valdrá otros 90 grados.

En lo que respecta a los lados del triángulo rectángulo, Pitágoras demostró que su relación era,

"*El cuadrado de la hipotenusa, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos*":

$c^2 = a^2 + b^2$

A partir de estas relaciones podemos determinar el valor de los ángulos **α** y **β** si conocemos el valor de los lados. Así decimos:

Para el ángulo **α:**

$\alpha = asen\frac{a}{c}\left(arco\ o\ \text{á}ngulo\ cuyo\ seno\ es\ \frac{a}{c}\right)$

$\alpha = acos\frac{b}{c}\ \left(arco\ o\ \text{á}ngulo\ cuyo\ coseno\ es\ \frac{b}{c}\right)$

$\alpha = atg\frac{a}{b}\ \left(arco\ o\ \text{á}ngulo\ cuya\ tangente\ es\ \frac{a}{b}\right)$

Y así sucesivamente para las inversas y el ángulo **β**

De forma general, a todas estas relaciones se les llama FUNCIONES DE UN ANGULO.

Tanto los valore directos o inversos de las funciones de un ángulo se han estado determinando mediante tablas al efecto, hasta la aparición de las calculadoras científicas que facilitan en gran manera la tarea

Bien. Fijados estos conceptos, ahora toca estudiar la circunferencia trigonométrica.

Fijémonos en la Figura 2

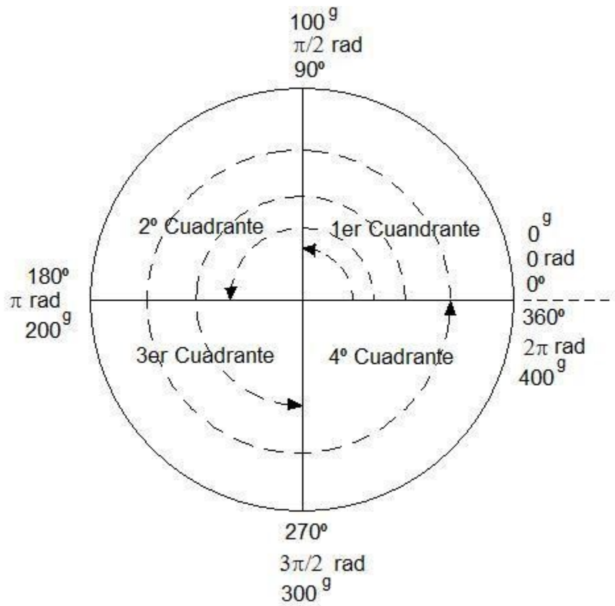


Figura 2

Vamos a dibujar una circunferencia a la que dividiremos en 4 partes como se ve en la figura 2.

Cada parte la llamaremos “cuadrante” y los numeraremos en sentido contrario a las agujas del reloj.

Ahora, dividiremos la circunferencia en 360 partes y a cada una de ellas, llamaremos “grado sexagesimal” o simplemente, grado.

También la dividiremos en porciones, de tal manera, que en la circunferencia quepan 2π (6’2832) de esas porciones. Referidas a grados, en cada porción caben 57’29 grados. A cada una de esas porciones le llamaremos “Radián”.

Su equivalencia con los grados en cada cuadrante, Vale:

Los 90 grados equivalen a π/2 radianes

Los 180 grados equivalen a π radianes

Los 270 grados equivalen a 3π/2 radianes, y finalmente,

Los 360 grados equivalen a 2π radianes.

También podemos dividir la circunferencia en 400 partes (100 por cuadrante). A cada una de ellas la llamaremos grado centesimal o “gon”.

Todo lo expuesto queda resumido en la figura 2.

Con estos antecedentes, vamos a definir la circunferencia trigonométrica.

Es aquella, dividida en 4 cuadrantes y cuyo radio **VALE 1** (La unidad)

Ver figura 3

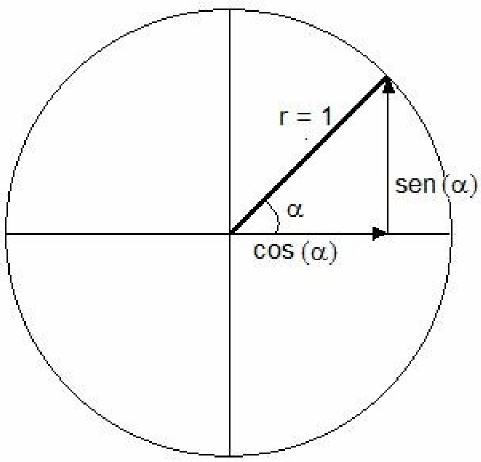


figura 3

El radio de esta circunferencia es un vector que se mueve desde el origen (parte derecha del eje horizontal) en sentido contrario a las agujas del reloj y forma un ángulo con el origen.

En la figura 3 vemos a ese vector en una posición que forma un ángulo **α** con el origen y da lugar a un triángulo rectángulo como el que ya hemos estudiado.

Dado que la hipotenusa vale 1, el valor de los catetos, nos da directamente, el valor del seno y del coseno de α.

Por último, la relación seno/coseno nos dará la tangente de α.

Las funciones inversas de α las podemos representar gráficamente en la figura 4.

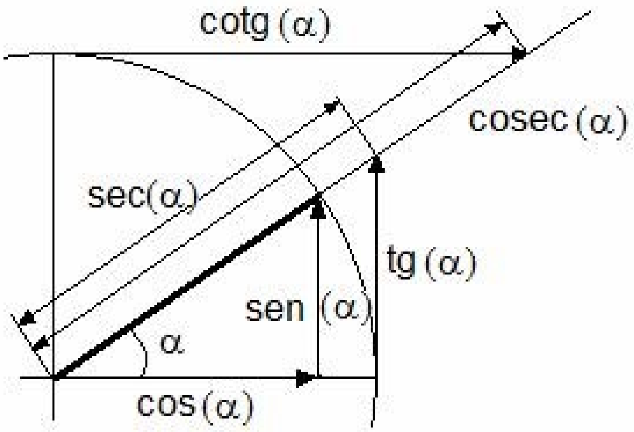
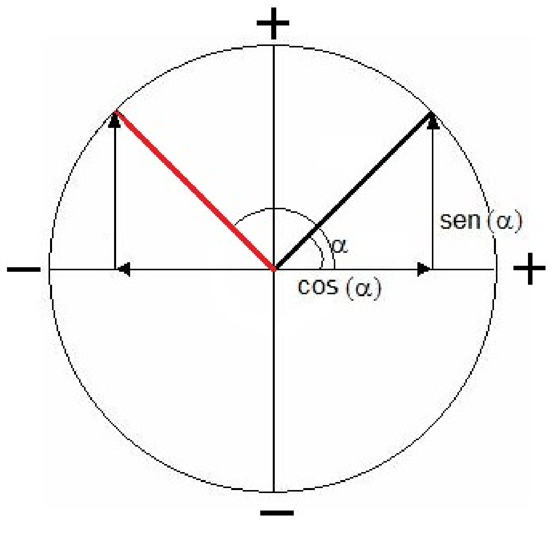


Figura 4

Sólo hemos representado el primer cuadrante para mayor claridad

Es necesario dotar de signos a los cuadrantes y funciones para poder determinar con exactitud cada ángulo dependiendo de estas funciones. Ver figura 5



Aquí la figura 5

Veamos un ejemplo para mayor claridad:

Hemos dotado de signo a cada semieje

El ángulo α vale 45 grados y tiene un seno y un coseno, en el primer cuadrante, ambos de signo positivo.

Si al coseno le cambiamos el signo, aunque manteniendo su valor absoluto, el ángulo al que se refieren las nuevas funciones, (seno positivo y coseno negativo, aún sin cambiar sus valores absolutos) se ha situado en el segundo cuadrante y su valor es de 180-45 = 135 grados.

Si tanto el seno como el coseno, son negativos, el ángulo estaría situado en el tercer cuadrante y valdría 180+45 =225 grados.

Por último, si el seno es negativo y el coseno positivo, el ángulo estaría en el cuarto cuadrante y valdría 360-45 =315 grados. De aquí, la importancia de los signos de las funciones (no solo su valor absoluto), para definir un ángulo. Vemos que con los mismos valores absolutos del seno y del coseno α puede valer, 45, 135, 225 o 315 grados según los signos que afecten a las funciones del ángulo

En un próximo artículo, descubriremos los logaritmos

Armando García

EA5ND, Valencia