

## CAPACIDAD y Zo DE UN CONDUCTOR AISLADO

La capacidad de un conductor cilíndrico aislado en el espacio, de longitud "L" metros y radio "a" metros, viene determinada por:

$$C = \frac{\rho_L}{V_m} * L \text{ picofaradios siendo:}$$

L.- Longitud del conductor

$\rho_L$  .- La densidad de carga por unidad de longitud

$V_m$  .- El potencial medio a lo largo del conductor.

Si el conductor es suficientemente largo, el potencial medio se puede considerar constante.

Viene determinado por:

$$V_m = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \left[ \frac{a}{L} + \sinh^{-1} \left( \frac{L}{a} \right) - \sqrt{1 + \frac{a^2}{L^2}} \right] \approx \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( \frac{2L}{a} \right) - 1 \right]$$

Hemos simplificado la fórmula en base a que :

$$\sinh^{-1}(x) = \ln \left( x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

En este caso,  $x = \frac{L}{a}$

Si  $L \gg a$ , como suele ser habitual,  $x$  tendrá un valor muy alto y  $x^2+1$  se puede redondear a simplemente  $x^2$  por lo que simplificando la raíz y operando,

$$\sinh^{-1} \left( \frac{L}{a} \right) = \ln \left( \frac{2L}{a} \right)$$

Asimismo, las expresiones  $\frac{a}{L}$  y  $\frac{a^2}{L^2}$  tiene un valor despreciable frente al  $\ln \left( \frac{2L}{a} \right)$  y

también podemos redondear  $\sqrt{1 + \frac{a^2}{L^2}} = 1$

Entonces, sustituyendo en la fórmula de "C", el valor redondeado de  $V_m$ ,

$$C = \frac{\rho_L L}{\frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} [\ln(2L/a) - 1]}$$

Operando,

$$C = \frac{\rho_L L 2\pi\epsilon_0}{\rho_L \left[ \ln\left(\frac{2L}{a}\right) - 1 \right]} \text{ y teniendo en cuenta que } \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ faradios /metro ,}$$

Sustituyendo y convirtiéndolo en pF

$$C = \frac{55'556L}{\ln\left(\frac{2L}{a}\right) - 1} \text{ pF}$$

Si utilizamos Logaritmos en base 10 en lugar de neperianos y teniendo en cuenta que

$$\ln(x) = 2'3026 \cdot \lg(x),$$

$$C = \frac{24L}{\lg\left(\frac{2L}{a}\right) - 1}$$

Faradios. Si no consideramos "L", tendremos "C<sub>u</sub>" por unidad de longitud (metros).

De aquí, se puede deducir la Z<sub>o</sub>

Según el método aproximado de Howe,

$$Z_o = \frac{L}{c \cdot C} \text{ siendo "c" la velocidad de la luz (3} \cdot 10^8 \text{ m/s) .}$$

La Z<sub>o</sub> por unidad de longitud, empleada por algunos autores, será

$$Z_o = \frac{1}{c \cdot C_u} \Omega / m$$

$$Z_o = \frac{L \cdot 10^{-8}}{3C} \text{ (aquí "C" se expresa en faradios) por lo que sustituyendo valores,}$$

$$Z_o = \frac{L \cdot 10^{-8}}{3 \cdot \frac{55'556L \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{2L}{a}\right) - 1}}$$

Simplificando,

$$Z_o = 60 \cdot \left[ \ln\left(\frac{2L}{a}\right) - 1 \right]$$

Armando Garcia EA5ND (ex EA5BWL)

---